UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE CHILE
INSTITUTO PROFESIONAL
CENTRO DE FORMACIÓN TÉCNICA

Evaluación Sumativa 4: Cálculo (20%)
(Pauta de corrección)

ÁREA ACADÉMICA	Minería	**CARRERA**	Ingeniería en Minas
ASIGNATURA	Cálculo	**CÓDIGO**	MTCL01-652
SEDE	Renca	**DOCENTE**	Carlos Ruz Leiva
Unidad de Aprendizaje	N°4	**Criterios a Evaluar**	De 4.1.1 al 4.3.3
DURACIÓN	90 minutos	**FECHA**	12-07-2019

INSTRUCCIONES GENERALES:
1. La nota 4.0 se obtiene logrando un 60% del puntaje total.
2. Utilice lápiz pasta en sus respuestas.
3. Preocúpese de la redacción, ortografía y legibilidad de sus respuestas.
4. Está prohibido el préstamo (o solicitud) de materiales durante la evaluación.
5. Se prohíbe el uso de celulares, mp3, mp4, iphone, ipod o similares durante la evaluación. (Según corresponda indicar: Se prohíbe el uso de calculadoras).

Aprendizaje esperado

4.1.- Determina la integral indefinida de una función propuesta mediante la definición de primitiva o antiderivada.
4.2.- Resuelve problemas contextualizados a variadas disciplinas mediante la utilización de métodos de integración.
4.3.- Resuelve problemas contextualizados a la especialidad que involucren el cálculo de áreas mediante técnicas de integración.

Criterios de evaluación

4.1.1.- Identifica la primitiva de una función mediante la derivada.

4.1.2.- Obtiene la integral de una función mediante la definición de antiderivada.

4.1.3.- Realiza el cálculo de integrales indefinidas en funciones elementales de una variable, descomponiendo en integrales más simples.

4.2.1.- Utiliza reglas de integración en el cálculo de integrales de funciones polinómicas.

AUTOR(ES)			
Docente(s) elaborador(es)	Carlos Ruz Leiva – Sede Renca	Validador Sede	Nombre Apellido (materno-paterno) – Nombre Sede
Asesor diseño curricular	Nombre Apellido (materno-paterno)	Fecha elaboración	Nombre mes 2017

4.2.2.- Determina la integral de funciones trigonométricas, exponencial y logarítmica, mediante teoremas.
4.2.3.- Realiza ejercicios y problemas de integrales mediante el uso de variable auxiliar.
4.2.4.- Calcula integrales de funciones compuestas mediante método de integración por partes.
4.2.5.- Resuelve integrales de funciones racionales mediante el método de fracciones parciales.
4.3.1.- Calcula integrales definidas de funciones de valor real en una variable.
4.3.2.- Determina el valor del área de la región limitada bajo la curva de un modelo funcional y el eje de las abscisas, mediante la integral definida.
4.3.3.- Aplica la integral definida en la resolución de problemas, que involucran el cálculo de áreas de regiones limitadas por modelamiento de funciones y sus puntos de intersección

Ítem I. Selección Múltiple.

Marque con una X la alternativa correcta. Responda solo una alternativa, cualquier borrón o respuesta no contestada, será tomada como inválida. 0,4 puntos por cada alternativa correcta.

Puntaje total: 2 puntos.

1. Para la integral $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + 2x + 1 + C$ la función $f(x)$ es:

A) $f(x) = x^2 + 3x + 2$
B) $f(x) = x^2 + 10x + 2$
C) $f(x) = x^2 + 5x + 2$
D) $f(x) = x^2 + 5x + 1$

Si $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + 2x + 1 \Rightarrow F'(x) = x^2 + 5x + 2 = f(x)$

2. Para la integral $\int (2e^x - 3\mathrm{sen}x)dx = F(x) + C$ la función $F(x)$ es:

A) $F(x) = 2e^x - 3\mathrm{sen}x$
B) $F(x) = 2e^x + 3\cos x$
C) $F(x) = 2e^x + 3\,\mathrm{sen}\,x$
D) $F(x) = 2e^x - 3\cos x$

Como: $\int (2e^x - 3\mathrm{sen}x)dx = 2e^x + 3\cos x + C = F(x) + C$

Entonces: $F(x) = 2e^x + 3\cos x$

3. La integral indefinida $\int \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$ es:

A) $x + 2\sqrt{x} + C$
B) $x - 2\sqrt{x} + C$
C) $1 + 2\sqrt{x} + C$
D) $1 - 2\sqrt{x} + C$

$$\int \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx = \int \left(1 + \frac{1}{x^{1/2}}\right) dx = \int (1 + x^{-1/2})dx =$$

$$= x + \frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} = x + 2\sqrt{x} + C$$

4. La integral indefinida $\int(2x - 3x^3 + x^5)dx$ es:

A) $x^2 - \frac{3}{4}x^4 - \frac{x^6}{6} + C$
B) $x^2 - \frac{3}{4}x^4 - \frac{x^5}{5} + C$
C) $x^2 + \frac{3}{4}x^4 + \frac{x^6}{6} + C$
D) $x^2 - \frac{3}{4}x^4 + \frac{x^6}{6} + C$

$$\int(2x - 3x^3 + x^5)dx = x^2 - \frac{3x^4}{4} + \frac{x^6}{6} + C$$

Ítem II. Respuesta Breve/Extensa.

Lea atentamente la pregunta y responda con letra clara y legible en el espacio asignado; cuide los aspectos de redacción y ortografía. Cualquier borrón o respuesta no contestada, será tomada como inválida.

Puntaje total: 4 puntos.

1. (a) Halle el valor de la integral indefinida:

$$\int x\cos 2x\,dx$$

(b) Evalúe la integral indefinida:

$$\int \frac{5x}{(x+1)(2x+3)}dx$$

Pregunta 1 (2 puntos).

Respuestas:
(a) Sea

$$u = x \Rightarrow du = dx$$

$$dv = \cos 2x\,dx \;\Rightarrow v = \frac{\operatorname{sen} 2x}{2}$$

Entonces:

$$\int x\cos 2x\,dx = uv - \int v du = (x)\left(\frac{\operatorname{sen} 2x}{2}\right) - \int\left(\frac{\operatorname{sen} 2x}{2}\right)(dx) =$$

$$= \frac{x\operatorname{sen} 2x}{2} + \frac{\cos 2x}{4} + C$$

(b)

$$\int \frac{5x}{(x+1)(2x+3)}dx = \int\left(\frac{A}{x+1} + \frac{B}{2x+3}\right)dx =$$

$$= A\int\frac{1}{x+1}dx + B\int\frac{1}{2x+3}dx =$$

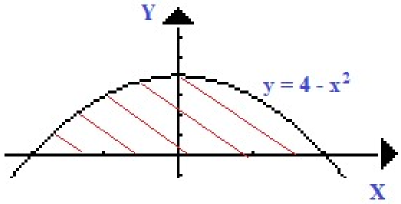
$$= -5\ln|x+1| + \frac{15}{2}\ln|2x+3| + C$$

Donde:

$$\frac{5x}{(x+1)(2x+3)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{2x+3}$$

$$5x = A(2x+3) + B(x+1)$$
$$\text{Si } x = -1 \Rightarrow -5 = A$$
$$\text{Si } x = -\frac{3}{2} \Rightarrow -\frac{15}{2} = B\left(-\frac{3}{2}+1\right) \Rightarrow B = 15$$

2. (a) Calcule el área de la región mostrada en la figura.



(b) Determine el área de la región limitada por las curvas $y = x^2$, $y = 3x$.

Pregunta 2 (2 puntos).

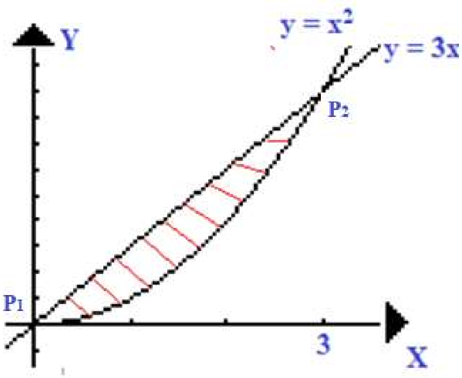
Respuesta:
(a)

$$A = \int_{-2}^{2} (4 - x^2)dx = 2\int_{0}^{2} (4 - x^2)dx = 2\left(4x - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^2 =$$

$$= 2\left(8 - \frac{2^3}{3}\right) = \frac{32}{3} \text{ unidades de área}$$

(b) Intersecciones:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 3x \end{cases} \Rightarrow x^2 = 3x \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 3 \Rightarrow P_1(0,0), P_2(3,9)$$



$$A = \int_0^3 (3x - x^2)dx = \left(\frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^3 = \frac{27}{2} - \frac{27}{3} = \frac{27}{6} = \frac{9}{2} \text{ unidades de área}$$