

Clase 6

Ecuaciones logarítmicas

Instituto de Ciencias Básicas
Facultad de Ingeniería
Universidad Diego Portales

Marzo, 2013

Gráfico de la función logaritmo

Recuerde que el gráfico de $f(x) = \log x$ está dado por:

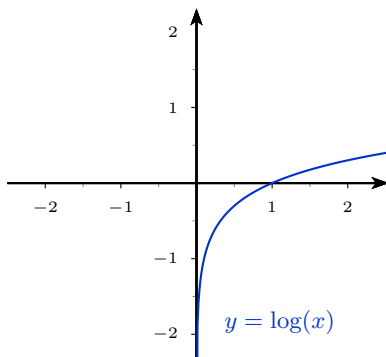
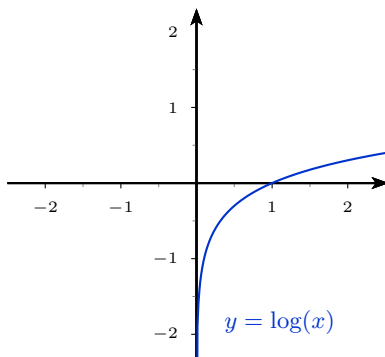


Gráfico de la función logaritmo

Recuerde que el gráfico de $f(x) = \log x$ está dado por:



Observación

La función logaritmo en base a es una función inyectiva, esto es,

$$\log_a(x) = \log_a(y) \iff x = y$$

Problema 1: Resuelva la ecuación

$$\log \left(\frac{x-3}{x-1} \right) = -1$$

Problema 1: Resuelva la ecuación

$$\log \left(\frac{x-3}{x-1} \right) = -1$$

Solución

$$\log \left(\frac{x-3}{x-1} \right) = -1 \log 10$$

$$\frac{x-3}{x-1} = 10^{-1}$$

$$10(x-3) = x-1$$

$$10x - 30 = x - 1$$

$$9x = 29$$

$$x = \frac{29}{9}$$

Problema 1: Resuelva la ecuación

$$\log \left(\frac{x-3}{x-1} \right) = -1$$

Solución

$$\log \left(\frac{x-3}{x-1} \right) = -1 \log 10$$

$$\frac{x-3}{x-1} = 10^{-1}$$

$$10(x-3) = x-1$$

$$10x - 30 = x - 1$$

$$9x = 29$$

$$x = \frac{29}{9}$$

Observación

Compruebe que $x = \frac{29}{9}$ es la solución de la ecuación original.

Problema 2: Resuelva la ecuación

$$\log(x^2 - 1) - \log(x + 1) = 2$$

Problema 2: Resuelva la ecuación

$$\log(x^2 - 1) - \log(x + 1) = 2$$

Solución:

$$\log\left(\frac{x^2 - 1}{x + 1}\right) = 2 \log 10$$

$$\frac{x^2 - 1}{x + 1} = 10^2$$

$$x^2 - 1 = 100x + 100$$

$$x^2 - 100x - 101 = 0$$

$$(x - 101)(x + 1) = 0,$$

de aquí, $x = -1$ o $x = 101$.

Observación

Al reemplazar los valores obtenidos de x , tenemos que $x = 101$ es una solución, mientras que $x = -1$ no lo es.

Problema 3: Resolver la ecuación

$$\log(x + 4) = \log 12 - \log x$$

Problema 3: Resolver la ecuación

$$\log(x + 4) = \log 12 - \log x$$

Solución:

$$\log(x + 4) = \log\left(\frac{12}{x}\right)$$

$$x + 4 = \frac{12}{x}$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$(x + 6)(x - 2) = 0,$$

de aquí, $x = -6$ o $x = 2$.

Compruebe si estos valores son efectivamente soluciones del problema original.

Problema 4: Resolver la ecuación

$$2 \log_a \sqrt{x+2} - 3 \log_a \sqrt[3]{x} + \log_a x,$$

suponiendo que x es mayor que cero e indicando las restricciones de a para que x sea una solución válida.

Problema 4: Resolver la ecuación

$$2 \log_a \sqrt{x+2} - 3 \log_a \sqrt[3]{x} + \log_a x,$$

suponiendo que x es mayor que cero e indicando las restricciones de a para que x sea una solución válida.

Solución:

$$\begin{aligned} \log_a (\sqrt{x+2})^2 - \log_a (\sqrt[3]{x})^3 + \log_a (x^2)^{1/2} &= 1 \\ \log_a (x+2) &= \log_a a \\ x+2 &= a \\ x &= a-2. \end{aligned}$$

Para que x sea solución a debe ser mayor que dos.