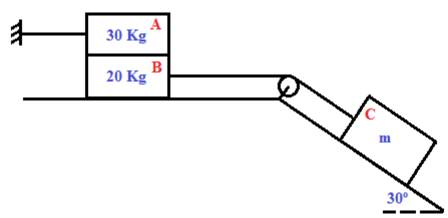
SOLUCIÓN EXAMEN DE ESTÁTICA

Fecha: 11 de Julio de 2013

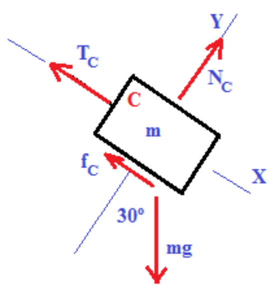
Pregunta 1:

Determine el máximo valor de la masa m, para que el sistema permanezca en equilibrio. El coeficiente de roce de todas las superficies en contacto es $\mu = 0,2$ (incluyendo la polea).
(HINT: Recordar que la relación entre las tensiones en una polea están dadas por

$$T_2 = T_1 e^{\mu_s \theta}$$



Solución:



$$F_{R_x} = mg\text{sen}30^{\text{o}} - T_C - f_C = 0$$

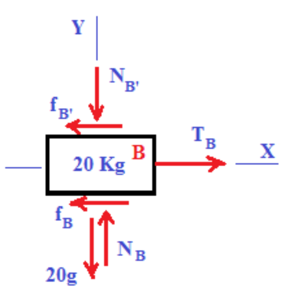
$$F_{R_y} = N_C - mg\cos 30^{\text{o}} = 0$$

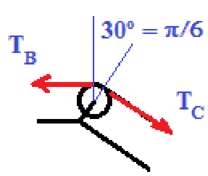
$$f_C = \mu N_C$$

De aquí obtenemos

$$T_C = mg\text{sen}30^{\text{o}} - \mu\left(mg\cos 30^{\text{o}}\right)$$

$$T_C = mg\left(\text{sen}30^{\text{o}} - \mu\cos 30^{\text{o}}\right)$$



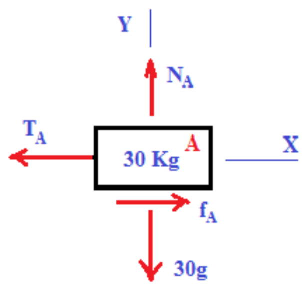


$$F_{R_x} = T_B - f_B - f_{B'} = 0 \ (1)$$

$$F_{R_y} = N_B - N_{B'} - 20g = 0 \ (2)$$

$$f_B = \mu N_B \ , \ f_{B'} = \mu N_{B'}$$

Además, $T_C = T_B e^{\frac{\pi}{6}\mu}$ (3)



$F_{R_x} = -T_A + f_A = 0$

$F_{R_y} = N_A - 30g = 0$

$f_A = \mu N_A$

Luego, $f_A = 30\mu g$

Pero $f_{B'} = f_A = 30\mu g$

y $N_{B'} = N_A = 30g$.

Despejamos de (1) $T_B = \mu N_B + \mu N_{B'} = \mu \left(N_B + 30g\right)$

Pero de (2) $N_B = 50g$

Luego $T_B = 80g\mu$

Reemplazamos en (3)

$$mg\left(\text{sen}30^{\text{o}} - \mu\cos 30^{\text{o}}\right) = 80g\mu\text{e}^{\frac{\pi}{6}\mu}$$

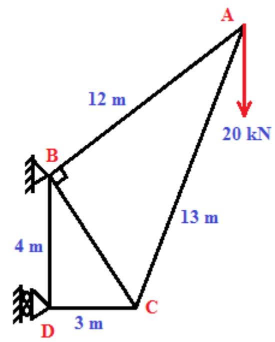
De donde

$$m = \frac{80\mu\text{e}^{\frac{\pi}{6}\mu}}{\text{sen}30^{\text{o}} - \mu\cos 30^{\text{o}}}$$

$$m = 54,4\,\text{Kg}$$

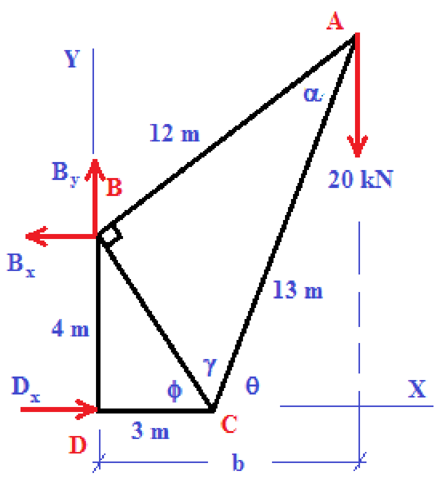
Pregunta 2:

Para el reticulado mostrado en la figura, determine (a) las reacciones en los apoyos B, D y (b) las fuerzas que soportan cada una de las varillas.



Solución:

Diagrama de cuerpo libre:



Cálculo de α:

De $\cos\alpha = \frac{12}{13}$, obtenemos $\alpha = 22,62^o$.

Cálculo de b:

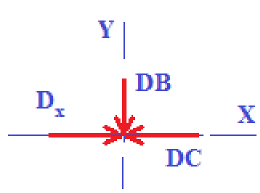
De $b = 3 + 13\cos\theta = 9,6$ m
Donde

$\theta = 180^o - \gamma - \phi = 180^o - \arcsin\left(\frac{12}{13}\right) - \arctan\left(\frac{4}{3}\right) = 59,49^o$

Reacciones:

$F_x = D_x - B_x = 0$
$F_{R_y} = B_y - 20 = 0$
$M_{R_B} = 4D_x - 20b = 0$
$\therefore\ D_x = 48\,kN$, $B_x = 48\,kN$ y $B_y = 20\,kN$.

Nodo D

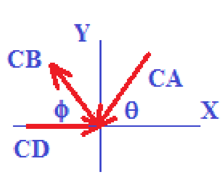


$F_{R_x} = D_x - DC = 0$

$F_{R_y} = DB = 0$

$\therefore\ DC = 48\,kN\,(C)$ y $DB = 0$.

Nodo C

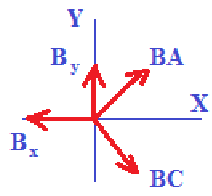


$F_{R_x} = CD - CB\cos\phi - CA\cos\theta = 0$

$F_{R_y} = CB\text{sen}\phi - CA\text{sen}\theta = 0$

$\therefore\ CA = 41,6\,kN\,(C)$ y $CB = 44,8\,kN\,(T)$.

Nodo B



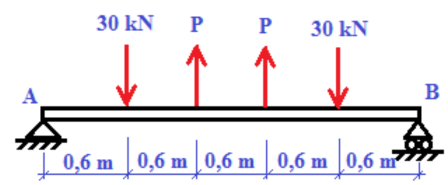
$$F_{R_x} = -B_x + BC\cos\phi + BA\text{sen}\phi = 0$$

$$F_{R_y} = B_y - BC\text{sen}\phi + BA\cos\phi = 0$$

$\therefore\ BA = 26,4\,kN\,(T)$ y $BC = 44,8\,kN\,(T)$.

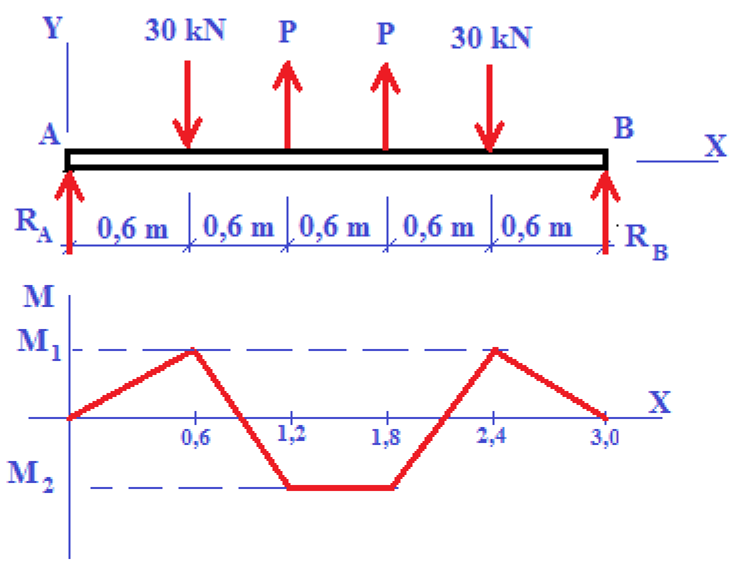
Pregunta 3:

Para la viga de la figura siguiente determine (a) el módulo P de las dos fuerzas dirigidas hacia arriba para los cuales el valor máximo del momento flector en la viga es el menor posible, (b) el correspondiente valor de $|M|_{max}$.



Solución:

Diagramas de cuerpo libre y del momento flector:



Por simetría $R_A = R_B = 30 - P$.

El momento flector en el primer tramo, es $M = R_A x$.

El valor máximo en este tramo, es $M_1 = 0,6R_A$.

El momento flector en el tercer tramo, es $M_2 = 1,2R_A - 30 \times 0,6$.

Observe que $|M_1 - M_2| = |0,6\,(30 - P) - 1,2\,(30 - P) + 30 \times 0,6| = 0,6P$

y que el valor máximo del momento flector en la viga es el menor posible, cuando

$$|M_1| = |M_2|$$

$$0,6\,(30 - P) = -\left[1,2\,(30 - P) - 30 \times 0,6\right]$$

Resolviendo, se obtiene:

$$P = 20\,\text{kN}.$$

y

$$|M_{max}| = 6\,\text{kN-m}.$$