

Evaluación Sumativa 3: Cálculo (20%) (Pauta de corrección)

ÁREA ACADÉMICA	Minería	CARRERA	Ingeniería en Minas
ASIGNATURA	Cálculo	CÓDIGO	MTCL01-654
SEDE	Renca	DOCENTE	Carlos Ruz Leiva
Unidad de Aprendizaje	N°2	Criterios a Evaluar	Desde 1.1.5 al 1.2.3
DURACIÓN	90 minutos	FECHA	07-05-2018

INSTRUCCIONES GENERALES:

1. La nota 4.0 se obtiene logrando un 60% del puntaje total.
2. Utilice lápiz pasta en sus respuestas.
3. Preocúpese de la redacción, ortografía y legibilidad de sus respuestas.
4. Cualquier respuesta no contestada, será tomada como inválida.
5. Está prohibido el préstamo (o solicitud) de materiales durante la evaluación.
6. Se prohíbe el uso de celulares, mp3, mp4, iphone, ipod o similares durante la evaluación. (Según corresponda indicar: Se prohíbe el uso de calculadoras).

Aprendizaje esperado

1.1.- Resuelve problemas desarrollando operatoria algebraica mediante estrategias de valorización, reducción de términos semejantes, factorización, simplificación y resolución de ecuaciones, explicando los pasos aplicados.

Criterios de evaluación

- 1.1.5.- Criterio de evaluación 1.
- 1.1.2.- Criterio de evaluación 2.
- 1.1.3.- Criterio de evaluación 3.
- 1.1.4.- Criterio de evaluación 4.
- 1.1.5.- Criterio de evaluación 5.

AUTOR(ES)			
Docente(s) elaborador(es)	Nombre Apellido (materno-paterno) – Nombre Sede	Validador Sede	Nombre Apellido (materno-paterno) – Nombre Sede
Asesor diseño curricular	Nombre Apellido (materno-paterno)	Fecha elaboración	Nombre mes 2017

PREGUNTA 1

(a) Dibuje la función $f(x) = 1 + 2 \ln(x)$. Indique cuál es el dominio de definición de la función dada.

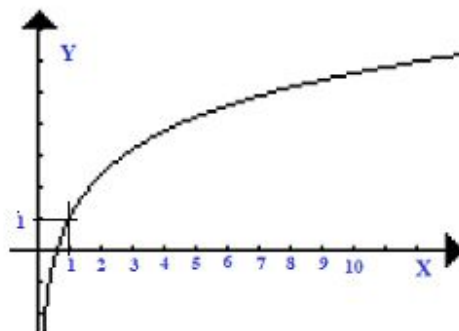
(b) La temperatura en una varilla de $6m$ de longitud viene dada por la función

$$T(x) = -\frac{7}{6}x^2 + \frac{47}{6}x + 5 \text{ [}^\circ\text{C]}, \quad 0 \leq x \leq 6m$$

Determine: (i) La temperatura del punto medio de la varilla, $x = 3m$. (ii) ¿En qué puntos de la varilla la temperatura es 16°C ?

Solución:

(a)



El dominio de definición de la función dada es:

$$\text{Dom}f =]0, +\infty[$$

(b) (i) La temperatura en $x = 3m$ es:

$$T(3) = -\frac{7}{6}(3)^2 + \frac{47}{6}(3) + 5 = 18^\circ\text{C}$$

(ii)

$$T(x) = -\frac{7}{6}x^2 + \frac{47}{6}x + 5 = 16 \Rightarrow x = 2m, \quad x = \frac{33}{7} \approx 4,71m.$$

PREGUNTA 2

Dada la función por tramos:

$$f(x) = \begin{cases} 5 + 3x & \text{si } x \leq -1 \\ x + 3 & \text{si } -1 < x \leq 3 \\ x^2 - 2x + 3 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Determine: (a) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$, (b) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

Solución:

(a) Cálculo de $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$:

Como

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} (5 + 3x) = 2 \wedge \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} (x + 3) = 2$$

son iguales, entonces:

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$$

(b) Cálculo de $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$:

Como

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} (x + 3) = 6 \wedge \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 2x + 3) = 6$$

son iguales, entonces:

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 6$$

PREGUNTA 3

Determine el valor de la constante k y el valor de $f(2)$ para que la función dada sea continua en $x = 2$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{\sqrt{x-1}-1} & \text{si } x > 2 \\ \frac{\text{sen}(x-2)}{k(x-2)} & \text{si } x < 2 \end{cases}$$

Solución:

Por la izquierda de $x = 2$ tenemos:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-2}{\sqrt{x-1}-1} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-2}{\sqrt{x-1}-1} \cdot \frac{\sqrt{x-1}+1}{\sqrt{x-1}+1} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{(x-2)(\sqrt{x-1}+1)}{x-2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{x-1}+1) = 2$$

Por la derecha:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\text{sen}(x-2)}{k(x-2)} = \lim_{u \rightarrow 0} \frac{\text{sen} u}{k u} = \frac{1}{k}$$

Entonces, la función dada es continua en $x = 2$ si

$$\frac{1}{k} = 2 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

y además:

$$f(0) = 2$$