Evaluación Sumativa 1: Cálculo (20%)

(Pauta de corrección)

ÁREA ACADÉMICA	Minería		**CARRERA**	Ingeniería en Minas	
ASIGNATURA	Cálculo			**CÓDIGO**	MTCL01-654
SEDE	Renca	**DOCENTE**	Carlos Ruz Leiva		
Unidad de Aprendizaje	N°2		**Criterios a Evaluar**	Desde 1.1.5 al 1.2.3	
DURACIÓN	90 minutos		**FECHA**	07-05-2018	

INSTRUCCIONES GENERALES:

1. La nota 4.0 se obtiene logrando un 60% del puntaje total.
2. Utilice lápiz pasta en sus respuestas.
3. Preocúpese de la redacción, ortografía y legibilidad de sus respuestas.
4. Cualquier respuesta no contestada, será tomada como inválida.
5. Está prohibido el préstamo (o solicitud) de materiales durante la evaluación.
6. Se prohíbe el uso de celulares, mp3, mp4, iphone, ipod o similares durante la evaluación. (Según corresponda indicar: Se prohíbe el uso de calculadoras).

Aprendizaje esperado

1.1.- Resuelve problemas desarrollando operatoria algebraica mediante estrategias de valorización, reducción de términos semejantes, factorización, simplificación y resolución de ecuaciones, explicando los pasos aplicados.

Criterios de evaluación

1.1.5.- Criterio de evaluación 1.
1.1.2.- Criterio de evaluación 2.
1.1.3.- Criterio de evaluación 3.
1.1.4.- Criterio de evaluación 4.
1.1.5.- Criterio de evaluación 5.

AUTOR(ES)			
Docente(s) elaborador(es)	Nombre Apellido (materno-paterno) – Nombre Sede	Validador Sede	Nombre Apellido (materno-paterno) – Nombre Sede
Asesor diseño curricular	Nombre Apellido (materno-paterno)	Fecha elaboración	Nombre mes 2017

PREGUNTA 1

a) Determine la ecuación de la recta en la forma $L: y = mx + n$, que pasa por el punto $P(-3,2)$ y tiene pendiente $m = \frac{5}{4}$.

b) Determine la ecuación de la recta, en la forma $L: ax + by + c = 0$, que pasa por los puntos $A(2,-1)$ y $B(-3,4)$.

Solución:

a) El punto $P(-3,2) \in L$ y $m = \frac{5}{4}$, entonces:

$$2 = -3\left(\frac{5}{4}\right) + n \ \Rightarrow \ n = \frac{23}{4}$$

Luego, la ecuación de la recta es:

$$L: y = \frac{5}{4}x + \frac{23}{4}$$

Solución:

b)

El punto $A(2,-1) \in L \ \Rightarrow \ 2a - b + c = 0$

El punto $B(-3,4) \in L \ \Rightarrow -3a + 4b + c = 0$

Multiplicamos la primera ecuación por 4 y la sumamos a la segunda:

$$5a + 5c = 0 \Rightarrow \ a = -c$$

Reemplazamos el valor de a en la primera ecuación (o en la segunda):

$$2(-c) - b + c = 0 \ \Rightarrow \ b = -c$$

Luego la ecuación $L: (-c)x + (-c)y + c = 0$, es decir:

$$L: x + y - 1 = 0$$

PREGUNTA 2

a) Determine el punto de intersección de las rectas:
L_1: $2x - 3y = 9$, L_2: $4x + 3y = 9$

b) Un número de dos dígitos cumple que la suma de los dígitos es 7. Cuando los dígitos se invierten, el número aumenta en 27. Determine el número.

Solución:

a) Sumamos las dos ecuaciones y se obtiene:

$$6x = 18 \Rightarrow \; x = 3$$

Multiplicamos la primera ecuación por -2 y la sumamos a la segunda, se obtiene:

$$9y = -9 \; \Rightarrow \; y = -1$$

El punto de intersección de las rectas es:

$$P(3, -1)$$

Solución:

b) Sea xy el número de dos dígitos.

La suma de los dos dígitos es:

$$x + y = 7$$

Las posibilidades para los dígitos son:

$$1 \; y \; 6, \qquad 2 \; y \; 5, \qquad 3 \; y \; 4$$

Cuando los dígitos se invierten, el número aumenta en 27:

Para 1 y 6: $61 - 16 = 45$.

Para 2 y 5: $52 - 25 = 27$

Para 3 y 4: $43 - 34 = 9$

Luego el número es 25.

Otra forma:

Sea xy el número de dos dígitos:

Entonces:

La suma de los dos dígitos es:

$$x + y = 7$$

Cuando los dígitos se invierten, el número aumenta en 27:

$$(10y + x) - (10x + y) = 27$$

Luego:

$$9y - 9x = 27$$

Resolviendo el sistema:

$$x + y = 7$$
$$9y - 9x = 27$$

Obtenemos:

$$9(7 - x) - 9x = 27$$
$$63 - 9x - 9x = 27$$
$$18x = 36$$
$$x = 2$$

Reemplazando en

$$x + y = 7$$

Resulta

$$y = 5$$

El número es $xy = 25$.

PREGUNTA 3

a) Marta gana $\%15$ más que su esposo. Juntos ganan $\$48.000.180$ al año. ¿Cuál es el salario anual del esposo?

b) Determine el dominio de las siguientes funciones:

(i) $f(x) = \sqrt{2x-3}$, (ii) $f(x) = \frac{1}{x^2-x-6}$.

Solución:

a) Sean $x =$ lo que gana Marta, $y =$ lo que gana su esposo.

$$x = y + \frac{15}{100}y$$

$$x + y = 48.000.180$$

Reemplazamos x de la primera ecuación en la segunda.

$$\left(y + \frac{15}{100}y\right) + y = 48.000.180$$

$$2y + \frac{15}{100}y = 48.000.180$$

$$\frac{43}{20}y = 48.000.180$$

Entonces, lo que gana el esposo de Marta es:

$$y = 22.325.665{,}12$$

Solución:

b)

(i) Para $f(x) = \sqrt{2x-3}$, tenemos: $Domf = \left[\frac{3}{2}, +\infty\right[$.

(ii) Para $f(x) = \frac{1}{x^2-x-6}$, tenemos:

Como $x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-3) = 0 \Rightarrow x = -2 \wedge x = 3$

Luego: $Domf = \mathbb{R} - \{-2{,}3\}$.

PREGUNTA 4

Para la función cuadrática $f(x) = 2x^2 - x + 3$, determine:

a) Las coordenadas del vértice.

b) Los puntos de intersección con los ejes coordenados.

Solución:

a) Para la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, las coordenadas del vértice son:

$$V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$$

En nuestro caso:

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{(-1)}{2(2)} = \frac{1}{4}$$

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f\left(\frac{1}{4}\right) = 2\left(\frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right) + 3 = \frac{23}{8}$$

b) La función $f(x) = 2x^2 - x + 3$ no corta al eje X, ya que:

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(2)(3)}}{2(2)} = indeterminado$$

La función dada corta al eje Y en $f(0) = 3$.

Gráfico de f: