UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE CHILE
INSTITUTO PROFESIONAL
CENTRO DE FORMACIÓN TÉCNICA

Solución Examen de Cálculo

ÁREA ACADÉMICA	Minería	**CARRERA**	Ingeniería en Minas
ASIGNATURA	Cálculo	**CÓDIGO**	MTCL01-654
SEDE	Renca	**DOCENTE**	Carlos Ruz Leiva
Unidad de Aprendizaje	N°1,2,3,4	**Criterios a Evaluar**	Desde 1.1.1 al 4.3.3
DURACIÓN	90 minutos	**FECHA**	26-07-2018

NOMBRE ALUMNO:

Apellido Paterno | Apellido Materno | Nombres

RUT: _ _ _ _ _ _ _ _ - _

PUNTAJE MÁXIMO			**NOTA:**	
PUNTAJE OBTENIDO				Firma conforme
Solicita re-corrección	**Sí**	**No**	**Motivo:**	

INSTRUCCIONES GENERALES:

1. La nota 4.0 se obtiene logrando un 60% del puntaje total.
2. Utilice lápiz pasta en sus respuestas.
3. Preocúpese de la redacción, ortografía y legibilidad de sus respuestas.
4. Cualquier respuesta no contestada, será tomada como inválida.
5. Está prohibido el préstamo (o solicitud) de materiales durante la evaluación.
6. Se prohíbe el uso de celulares, mp3, mp4, iphone, ipod o similares durante la evaluación. (Según corresponda indicar: Se prohíbe el uso de calculadoras).

PREGUNTA 1

Resuelva las siguientes ecuaciones:

(a) $(x + 4)(x - 1) = x(x - 1)$

(b) $x - \sqrt{x} - 12 = 0$

Solución:

(a)

Obviamente: $x = 1$ es la solución.

Si $x \neq 1$ se tiene que:

$$x + 4 = x \Rightarrow 4 = 1$$

lo cual no puede ser.

(b)

$$x - \sqrt{x} - 12 = 0$$
$$x - 12 = \sqrt{x}$$
$$(x - 12)^2 = x$$
$$x^2 - 24x + 144 = x$$
$$x^2 - 25x + 144 = 0$$

$$x = \frac{25 \pm \sqrt{25^2 - 4\,(144)}}{2} = \frac{25 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$x = 9$, no es solución$x = 16$, es la solución.

PREGUNTA 2

(a) Determine el punto de intersección de las rectas:

$L_1 : 3x - 2y = 10$, $L_2 :\ 6x + 2y = 5$

(b) Resuelva la ecuación $e^{(2x-1)} = 1$

Solución:

(a)

$$\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ 6x + 2y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ 9x + 0y = 15 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{15}{9} = \frac{5}{3},\ y = -\frac{5}{2}$$

El punto de intersección es $P\left(\frac{5}{3}, -\frac{5}{2}\right)$.

(b)

$$e^{(2x-1)} = e^0 \Rightarrow 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

PREGUNTA 3

(a) Dibuje la función $f(x) = \frac{1}{x-2}$. Indique cuál es el dominio de definición de la función dada.

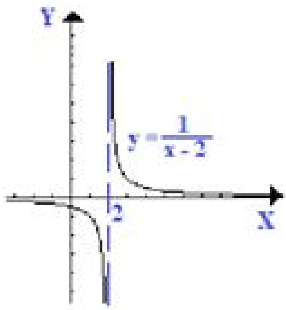
(b) La temperatura en una varilla de 5 m de longitud viene dada por la función

$$T(x) = -x^2 + 3x + 14\ [°\text{C}]\,,\ 0 \leq x \leq 5m$$

Determine: (i) La temperatura máxima. (ii) ¿En qué puntos de la varilla la temperatura es de $16°C$?

Solución:

(a)



El dominio de definición es:

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{2\}$$

(b)

(i) La temperatura es máxima cuando $y' = -2x + 3 = 0$, es decir cuando $x = \frac{3}{2}$ y vale:

$$T_{max} = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{3}{2}\right) + 14 = -\frac{9}{4} + \frac{9}{2} + 14 = \frac{65}{4}$$

(ii) De $T(x) = -x^2 + 3x + 14 = 16 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow$la temperatura es de 16°C en $x = 1$ y en $x = 2$.

PREGUNTA 4

(a) Calcule la integral definida

$$\int_0^1 x\left(x^2+1\right)^3 dx$$

(b) Halle el área de la región limitada por las rectas $y = 2x + 3$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$.

Solución:

(a)

$$\int_0^1 x\left(x^2+1\right)^3 dx = \frac{1}{2}\int_1^2 u^3 du = \frac{1}{2}\frac{u^4}{4}\bigg|_1^2 = \frac{1}{8}\left(2^4 - 1\right) = \frac{15}{8}$$

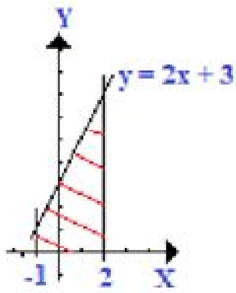
Donde:

$$u = x^2 + 1 \Rightarrow du = 2x dx$$

Si $\qquad x = 0 \Rightarrow u = 1$

Si $\qquad x = 1 \Rightarrow u = 2$

(b)



$$A = \int_{-1}^{2} (2x+3)\,dx = \left(x^2+3x\right)\Big|_{-1}^{2} =$$

$$= \left(2^2+3\,(2)\right) - \left((-1)^2+3\,(-1)\right) = 12\,\text{unidades de área.}$$

Puntaje total: 6 puntos.
Cada pregunta vale 1,5 puntos.